ПОМИ ПРЕПРИНТ — 1/1996

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ РАССЕЯНИЯ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ, ПРИНЦИП ПРИЧИННОСТИ И СВЕРХСВЕТОВОЕ ТУННЕЛИРОВАНИЕ

Л. А. ХАЛФИН

Российская Академия Наук
Санкт-Петербургское отделение
Математического института им. В. А. Стеклова
Фонтанка 27, Санкт-Петербург 191011, Россия
khalfin@pdmi.ras.ru

Январь 1996

Аннотация доклада на научной сессии Отделения общей физики и астрономии Российской Академии наук (31 января 1996 г., Москва). Будет опубликовано в журнале “Успехи физических наук”.

0. Хотя со времени создания основ квантовой теории прошло уже более 70-ти лет, только в последние годы началось интенсивное экспериментальное исследование наиболее поразительных предсказаний квантовой теории, которые с классической точки зрения кажутся даже парадоксальными. Достаточно упомянуть знаменитый эффект Эйнштейна–Розена–Подольского (ЭПР) [1], который привлек внимание новых поколений физиков после известной работы Белла [2, 3]. Более обще можно сказать, что речь идет о *макроскопических квантовых эффектах*, т.е. предсказаниях квантовой теории в той области, в которой казалась безраздельно господствующей классическая теория (см., например, [4] и указанную там литературу). В докладе будет рассказано еще об одном удивительном предсказании квантовой теории, которое связано с фундаментальным принципом причинности.

1. Принцип причинности Эйнштейна (невозможность передачи сигналов со скоростью больше скорости света), легший в основание теории относительности, был сформулирован в рамках классической физики еще до создания квантовой теории. Формальное его применение в квантовой теории связано с утверждением, что операторы физических величин в точках, разделенных пространственно подобным интервалом, должны коммутировать между собой. Однако возникает вопрос о неформальной (содержательной) справедливости принципа причинности в рамках квантовой теории. Этот вопрос возникал уже при обсуждении эффекта ЭПР, якобы нарушающего принцип причинности в макроскопических масштабах (что, как было доказано, неверно). Естественно, что исследование принципа причинности в квантовой теории требует рассмотрения нестационарных задач квантовой теории. А именно нестационарные задачи квантовой теории разительно отличаются от нестационарных задач классической физики. Достаточно напомнить, что в нестационарных задачах квантовой теории сохраняется не энергия (с состояниями с фиксированной энергией- стационарными состояниями- в квантовой теории никакой динамики во времени не происходит), а распределение энергии (!). Укажем также на парадоксальный с классической точки зрения квантовый эффект Зенона (см. [5] и указанную там литературу; в докладах автора [6] названный “Man’s made Physics”).

Вопрос о справедливости (содержательном) принципа причинности в квантовой теории начал обсуждаться в 1932 г. (еще до открытия эффекта ЭПР) для двух специфических эффектов квантовой теории, а именно, для распада и образования возбужденных нестабильных состояний пространственно разделенных атомов в работе Ферми [7], и для нестационарного туннелирования- в работе Маккола [8], а также в 1955 г. в квантовой теории рассеяния – в работе Вигнера [9]. В этих работах был сделан вывод, согласующийся с требованиями классического принципа причинности. Однако, как выяснилось позже, эти выводы были получены в рамках некоторых приближений. Ясно, что для исследования столь фундаментального принципа необходимо использовать точные методы, не опирающиеся на какие-либо приближения. Точное же рассмотрение показало, что как в задаче Ферми (см. [10] и цитированную там литературу), так и в задаче туннелирования и рассеяния (туннелирование есть частный случай одномерного рассеяния) [11] классически формулируемый принцип причинности явно нарушен. Сразу же подчеркнем, что несправедливой оказывается в квантовой теории *сама постановка задачи о принципе причинности* (см. ниже), а не его утверждение о невозможности передачи сигналов со скоростью больше скорости света. Этому следствию принципа причинности не противоречит, также как и эффект ЭПР, экспериментально обнаруженное [12] сверхсветовое туннелирование, являющееся частным случаем предсказанного в [11] “нарушения” классического принципа причинности. В основе указанных точных рассмотрений решающую роль играет учет принципа спектральности квантовой теории (наличие вакуумного состояния), а именно учет того факта, что спектр оператора Гамильтона (оператора полной энергии) полуограничен снизу

$$\mathrm{Spec}\, H \geqslant E_0, |E_0| < \infty \tag{1}$$

Это в свою очередь непосредственно приводит к принципиальной *нелокальности квантовой теории*, что и продемонстрировано экспериментальными наблюдениями эффекта ЭПР и сверхсветового туннелирования. Но этим не исчерпываются возможные, еще более удивительные, предсказания квантовой теории, кажущиеся парадоксальными с классической точки зрения.

1. Исследования обсуждаемых проблем основаны на следующих математических фактах. Пусть $f(E)$ – вообще говоря комплекснозначная функция из $L_1(-\infty,\infty)$, так что определено ее преобразование Фурье

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(E)\exp(-iEt)dE \tag{2}$$

Предложение 1. *Если $f(E)$ имеет разрыв непрерывности производной $d^n f(E)/dE^n$ в точке $E = E_1$, то асимптотика $F(t)$ при $|t| \to \infty$ определяется этим разрывом, так что*

$$|F(t)|_{|t|\to\infty} \sim |t|^{-(n+1)}. \tag{3}$$

Если же $f(E)$ полуфинитна

$$f(E) = 0, E < 0 \tag{4}$$

то справедливо

Предложение 2(теорема Титчмарша [13]). *$F(t)$ допускает аналитическое продолжение в полуплоскость $\mathrm{Im}\, t < 0$ комплексной переменной t, т.е. $F(t)$ является граничным значением аналитической функции в полуплоскости $\mathrm{Im}\, t < 0$.*

Если полуфинитная $f(E)$ интегрируемая по модулю в квадрате $f(E)\epsilon L_2[0,\infty)$, то справедливо следуюее фундаментальное

Предложение 3 (теорема Пэйли–Винера [14]). *$F(t)$ с необходимостью должна удовлетворять условию*

$$\left|\int_{-\infty}^{\infty} (1+t^2)^{-1} \ln|F(t)| dt\right| < \infty \tag{5}$$

Если $f(E)\epsilon L_1(-\infty,\infty)$ неотрицательна $f(E) \geqslant 0$, $E\epsilon(-\infty,\infty)$, то

Предложение 4 [15]. *Если $f(E)$ имеет конечный первый момент*

$$\left|\int_{-\infty}^{\infty} Ef(E)dE\right| < \infty \tag{6}$$

то

$$\frac{d|F(t)|^2}{dt}\Big|_{t=0} = 0 \tag{7}$$

Если $f(E)\epsilon L_1(-\infty,\infty)$ неотрицательная и нормирована на 1

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(E)dE = 1 \qquad (8)$$

то $F(t)$ является характеристической функцией (в терминах теории вероятностей), положительно-определенной на основании теоремы Бохнера–Хинчина, и обладает целым рядом специфических нетривиальных свойств [16] по сравнению с общими свойствами преобразований Фурье.

Отметим, что указанные свойства $F(t)$, особенно (5), *существенно уточняют* известное соотношение неопределенности.

Сформулированные выше свойства $F(t)$ использовались в работах автора по квантовой теории нестабильных физических систем (частиц) (см. [6, 15, 17] и указанную там литературу), по квантовому эффекту Зенона [5, 6], по проблеме CP инвариантности (см. [15, 17, 18] и указанную там литературу), по квантовой теории рассеяния волновых пакетов и причинности [11], по проблеме обоснования статистической физики [4, 19], по исследованию высоко энергетической асимптотики амплитуд рассеяния и вершинных функций [20, 21].

Теорема из [10] была ранее сформулирована, доказана и использовалась в работах автора [4–6, 15, 17–21].

3. Рассмотрим согласно Вигнеру [9] пространственно-временную теорию рассеяния волновых пакетов. Чтобы не усложнять рассмотрение техническими деталями рассмотрим согласно [11] s рассеяние релятивисткой частицы, так что $E = k$. При достаточно большом $r > R$, где R – область взаимодействия, волновую функцию можно записать в виде:

$$\begin{cases} \psi(r,t) \simeq r^{-1}[\phi_{\mathrm{in}}(r,t) + \phi_{\mathrm{out}}(r,t)] \\ \phi_{\mathrm{in}}(r,t) = \int\limits_0^\infty C(k)\exp[-ik(r+t)]dk \\ \phi_{\mathrm{out}}(r,t) = \int\limits_0^\infty C(k)\exp[2i\delta(k) + ik(r-t)]dk \end{cases} \qquad (9)$$

где $C(k)$ – распределение по импульсу (энергии) волновых пакетов, $\delta(k)$-фаза рассеяния. Классическое представление о причинности предполагает, что $\phi_{\mathrm{out}}(r,t)$ при $r > t$ для достаточно локализованных пакетов (достаточно "широких" $C(k)$) должно быть пренебрежимо (экспоненциально) мало – не должно быть эффекта опережения. В согласии с этим принципом в [9] было показано, что при рассеянии в резонансной области

$$\exp[2i\delta(k)] = (k - m - i\Gamma]/(k - m + i\Gamma) \qquad (10)$$

$\phi_{\mathrm{out}}(r,t)$ при $r > t$ экспонециально мало (показатель экспоненты зависит от "ширины" $C(k)$), а при $r < t$ $\phi_{\mathrm{out}}(r,t)$ дает запаздывание со временем жизни резонанса Γ^{-1}. Однако, как было показано в [11] этот результат неточен, ибо в [9] при вычислении интегралов (9) учитывались только полюсные особенности. Точное вычисление интегралов (9) требует детальных знаний о $C(k)$ и $\delta(k)$. Однако на основании Предложений 2, 3 (см. пункт 2) можно доказать, что $\phi_{\mathrm{out}}(r,t)$ в сверхсветовой области $r > t$ не может быть равной нулю, т.е. имеет место *нарушение классически сформулированного принципа причинности.* Более того, в макроскопических масштабах $r \gg t$, $r > R$ асимптотика $\phi_{\mathrm{out}}(r,t)$ на основании Предложения 1 определяется разрывом непрерывности

$C(k)$ или ее производных и $\exp(2i\delta(k))$ Так если имеет место разрыв производной n-го порядка при $k=0$, а $\exp(2i\delta(k))$ ведет себя в окрестности $k=0$ как $k^{-\frac{1}{2}}$, то

$$\phi_{\text{out}}(r,t)_{r\gg t} \sim b_n(r-t)^{-(n+\frac{5}{2})} \tag{11}$$

где b_n определено через поведение $C(k)$ и $\delta(k)$ в окрестности $k=0$. Хотя (11) выглядит как существенное нарушение классически сформулированного принципа причинности (эффект опережения), это на самом деле не нарушает следствие принципа причинности Эйнштейна – невозможность передачи сигнала со скоростью больше скорости света в вакууме. Это связано с тем, что при $r \gg t$ есть *ненулевой вклад и от* $\phi_{\text{in}}(r,t)$(!):

$$\phi_{\text{in}}(r,t)_{r\gg t} \sim a_n(r+t)^{-(n+1)} \tag{12}$$

Поскольку $C(k)$ и n в нашем распоряжении, то на основании (11), (12) можно сделать "нарушение" причинности (макропричинности) как угодно малым. Физически "нарушение" причинности объясняется тем, что, как следует из принципа спектральности (1) и Предложений 1–3, нельзя сформировать $\phi_{\text{in}}(r,t)$ как *локальный* пакет. Интересно подчеркнуть, что исследование "нарушения" микроскопичности, т.е., поведение $\phi_{\text{out}}(r,t)$ при $(r-t)\to 0+$, на основании результатов типа Предложения 4 определяется поведением фазы рассеяния при бесконечно больших энергиях.

Теперь обратим внимание на то, что гораздо более существенное "нарушение" причинности следует при учете эффектов квантовой теории поля. Действительно, на основании оптической теоремы амплитуда рассеяния вперед (точнее ее мнимая часть) зависит при данной энергии (импульса) $E=k$ от допустимых неупругих процессов-процессов множественного рождения частиц. Это приводит к тому, что $\exp(2i\delta(k))$ имеет разрыв непрерывности на соответствующих порогах $E=E_l$, которых в области $E\epsilon(0,\infty)$ бесконечно много. А тогда, если поведение $\exp(2i\delta(k))$ в окрестности порога $E=E_l$ есть $(E-E_l)^{\frac{1}{2}}$, то это дает следующий вклад в $\phi_{\text{out}}(r,t)$ при $r\gg t$:

$$\phi_{\text{out}}(r,t) \sim d_l(r-t)^{-\frac{3}{2}} \tag{13}$$

в то время как $\phi_{\text{in}}(r,t)$ определяется поведением $C(k)$ при $k=0$ (см.(12)) и от поведения непругих процессов не зависит.

Обнаруженное в [11] нарушение классически сформулированной причинности (макропричинности) аналогично исследуется и для более общих процессов упругого рассеяния и для неупругих процессов.

Экспериментально обнаружение предсказанных эффектов "нарушения" причинности (макропричинности) для обычных элементарных частиц затруднено тем, что нет когерентных источников ("лазеров" элементарных частиц) для создания волновых пакетов (некоторые возможности для создания когерентных волновых пакетов в экспериментах на ускорителях будут рассмотрены в отдельной работе). К счастью, это однако возможно для фотонов, что и привело к открытию сверхсветового туннелирования [12].

4. Одномерное туннелирования есть частный случай рассеяния, рассмотренного выше. Более того, для фотонов это релятивистская область, для которой $E=k$. Известные методы рассмотрения задачи туннелирования, использованные Гамовым для объяснения α распада [22], связаны с квазиклассическим рассмотрением стационарного туннелирования [23]. Квазиклассика дает выражение для величины стационарного туннелирования в предположении, что потенциальный барьер достаточно тонкий.

Для рассмотрения же нестационарного туннелирования волнового пакета через потенциальный барьер общего вида нельзя использовать квазиклассическое приближение, ибо точность определения величины стационарного туннелирования в квазиклассическом приближении существенно зависит от энергии и эта точность неравномерно зависит от энергии. Случаи же потенциальных барьеров (типа прямоугольника), для которых стационарная задача туннелирования решается точно [23], невозможно использовать для задач нестационарного туннелирования из-за существования артифактов этих модельных предположений.

Заметим, что противоречивые результаты (см. [24] и указанную там литературу) в вопрсе о том – сколько времени проводит туннелирующая частица внутри потенциального барьера (эта задача существенна для эффекта Джозефсона и туннельного микроскопа), связаны как с тем, что в квантовой теории времени не соответствует никакой оператор, так и с тем, что эту задачу решали в квазиклассическом приближении для стационарного туннелирования. На самом же деле в силу сказанного выше *неверна сама постановка задачи о времени нахождения туннелирующей частицы внутри потенциального барьера*, в то время как для конкретной задачи о нестационарном туннелировании волнового пакета точные методы пунктов 2 и 3 дают однозначный ответ для результатов нестационарного туннелирования.

На основании точных результатов пунктов 2 и 3 предсказывается "нарушение" причинности в задаче о нестационарном (одномерном) туннелировании фотонов – сверхсветовое туннелирование. Такой неожиданный и кажущийся парадоксальным с классической точки зрения ("When Can Light Go Faster Than Light?") результат [25] был получен в недавних блестящих экспериментах физиков из Беркли (см. [12] и указанную там литературу). Возможность подобных экспериментов обусловлена недавними достижениями квантовой оптики, а именно, созданием потенциальных барьеров для фотонов (слоистые четвертьволновые диэлектрические зеркала "photonic band gap" [26]), и использованием двухфотонных интерферометров Хонг-Оу-Манделя (HOM) [27] в схемах субфемтосекундных совпадений фотонов-близнецов, получаемых в результате двухфотонного распада фотонов ультрафиолетового лазера в кристаллах с $\chi^{(2)}$ нелинейностью. С точки зрения квантовой теории существенно, что *сумма* энергии фотонов-близнецов фиксируется энергией "родителя" – фотона ультрафиолетового лазера, а схема субфемптосекундных совпадений определяет *разность* времен прихода фотонов-близнецов на схему совпадений итерферометра HOM. Фиксирование суммы энергий и разности времен фонтонов-близнецов не противоречит соотношению неопределенности, также как этому не противоречит фиксирование суммы координат и разности импульсов в эффекте ЭПР [1]. В докладе кратко описывается схема соответствующей экспериментальной установки и полученные экспериментальные результаты.

Литература

[1] A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen,, — Phys. Rev. **47** (1935), 777.

[2] J. S. Bell,, — Physics **1** (1964), 195.

[3] Недавнее использование идей эффекта ЭПР для создания квантовой криптографии еще раз продемонстрировало неожиданности применений, казавшихся только академическими, фундаментальных исследований..

[4] Leonid A. Khalfin and Boris S. Tsirelson,, — Found. Phys. **22** (1992), 879.

[5] Л. А. Халфин,, — УФН **160** (1990), 185.

[6] Leonid A. Khalfin, – invited lectures at Bell Lab., and National Institute Standards and Technology at Boulder, November 1990.

[7] E. Fermi,, — Rev. Mod. Phys. **4** (1932), 87.
[8] L. A. MacColl,, — Phys. Rev. **40** (1932), 621.
[9] E. P. Wigner,, — Phys. Rev. **28** (1955), 145: М. Гольдберг, К. Ватсон, “Теория столкновений”, М., 1967 г.
[10] Gerhard C. Hegerfeld,, — Phys. Rev. Lett. **72** (1994), 596.
[11] Л. А. Халфин,, — Письма ЖЭТФ **11** (1970), 46.
[12] Aephraim M. Steinberg, Raymond Y. Chaio,, — Phys. Rev. **A51** (1995), 3525, Raymond Y. Chio, Paul G. Kwait, Aephraim M. Steinberg, “Quantum Nonlocality in Two-Photon Experiments at Berkeley”, Preprint, quant-ph/9501016.
[13] Е. Титчмарш,, *Введение в теорию Фурье.* — ГИТЛ (1949), М.
[14] R. E. A. C. Paley and N. Wiener,, *Fourier Transforms in the Complex Domain.* — Amer. Soc. Coll. **XIX** (1934).
[15] Л. А. Халфин,, — Письма ЖЭТФ **8** (1968), 106.
[16] Дж. Дуб,, *Вероятностные процессы.* — ИЛ (1956), М.
[17] Л. А. Халфин,, — ДАН СССР, **115** (1957), 277: ЖЭТФ, **33**, (1958), 1371: “Квантовая теория распада физических систем” канд. дис. ФИАН, (1960); “Исследования по квантовой теории нестабильных элементарных частиц”, докт. дис., ФИАН (1968)-ЛТФ ОИЯИ (1972).
[18] Л. А. Халфин,, доклад на научной сессии ОЯФ АН СССР, (1968): Труды Семинара “Теоретико-групповые методы в физике”, ред. М. Марков, **2**, (1986) 608: “Теория $K^0-\bar{K}^0$, $D^0-\bar{D}^0$, $B^0-\bar{B}^0$ мезонов вне приближения Вайскопфа–Вигнера и проблема CP-инвариантности”, Препринт ЛОМИ, Р-4-80, Л., (1980): L. A. Khalfin, “New Results on the CP-violation Problem”, Preprint CPT, University of Texas at Austin, DOE-ER 40 200–211, Austin, February 1990; “A new CP-violation Effect and a New Possibility for Investigations of K_s, $K_L(K^0, \bar{K}^0)$ Decay Modes”, Preprint CPT, University of Texas at Austin, DOE–ER 40 200–246, Austin, March 1991; “CP-violation and CPT-invariance Test Beyond Standard Lee–Ohme–Yang Theory”, II Eurodafne Meeting, Frascati, 19–22 April, 1994, p. 249, INFN, LNF–94/033(IR), 17 gingano 1994; Leonid A. Khalfin, “CP-violation Problem Beyond Standard Lee–Ohme–Yang Theory”, Yune 1994, submitted to “The DAFNE Physics Handbook”; “On the CPT-invariant Theory of CP-violation”, Preprint PDMI–3/1995, February 1995.
[19] Л. А. Халфин,, — ДАН СССР **162** (1965), 1273.
[20] Л. А. Халфин,, — ЖЭТФ **45** (1963), 631.
[21] Л. А. Халфин,, — Письма ЖЭТФ **15** (1972), 215.
[22] G. Gamov,, — Zetschr. f. Physik, **Bd 51** (1928), 204.
[23] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц,, *Квантовая механика.* М, 1963.
[24] Aephraim M. Steinberg,, — Phys. Rev. Lett. **74** (1995), 2405.
[25] Aephraim M. Steinberg,, *When Can Light Go Faster Than Light?, The Tunneling time and its sub-femtosecond measurement via quantum interference.* — Ph. D. Thesis (U.C., Berkeley) (1994).
[26] E. Yablonovitch, K. M. Leung,, — Physica **B175** (1991), 81.
[27] C. K. Hong, Z. Y. Ou, L. Mandel,, — Phys. Rev. Lett. **59** (1987), 2044.